ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ
әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
Казахский национальный университет
им. аль-Фараби

N E W S

OF THE NATIONAL ACADEMY OFSCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
Al-Farabi Kazakh
National University

SERIES
PHYSICO-MATHEMATICAL

1(329)

JANUARY – FEBRUARY 2020

PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

ALMATY, NAS RK

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».
ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)
Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде 01.06.2006 ж. берілген **№5543-Ж** мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28; 219, 220 бөл.; тел.: 272-13-19; 272-13-18, http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive

---

Типографияның мекенжайы: «NurNaz GRACE», Алматы қ., Рысқұлов көш., 103.

«Известия НАН РК. Серия физика-математическая».
ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)
Собственник:РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)
Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан **№5543-Ж**, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.
Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28; ком. 219, 220; тел.: 272-13-19; 272-13-18,
http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive

Адрес типографии: «NurNaz GRACE», г. Алматы, ул. Рыскулова, 103.

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)
Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)
The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year.
Circulation: 300 copies.

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19; 272-13-18,
http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive

Address of printing house: «NurNaz GRACE», 103, Ryskulov str, Almaty.

NEWS
OF THENATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X **https://doi.org/10.32014/2020.2518-1726.5**
Volume 1, Number 329 (2020), 38 – 45

UDC 539.3(043.3)

L. Kainbaeva[1], A. Smakhanova[1], K. Kanibaikyzy[1],
M. Dilmakhanova[1], L.U. Taimuratova[2], A. Seitmuratov[1]

[1]Korkyt Ata Kyzylorda State University, Kyzylorda, Kazakhstan;
[2]Sh. Esenov Caspian State University of Technology and Engineering, Aktau, Kazakhstan,
larissa-kain@mail.ru, smakanova84@mail.ru, VIP @mail.ru,
dm-mentai@mail.ru, angisin_@mail.ru, taimuratova@mail.ru

ANALYTICAL SOLUTION OF PARTIAL TASKS OF SHEAR WAVE IN A CYLINDRICAL LAYER (in the case of the constant values γ-α + 2 = 0 and α = β)

Abstract. The concept of phase velocity is introduced as the rate of change of the phase medium in studies of shear wave processes of circular elements in deformable bodies. In the case of harmonic oscillations of a cylindrical shell, the phase velocity is expressed in terms of the frequency of natural vibrations freely supported along the edges of the shell, and therefore, the study of waves in a cylindrical layer is most directly related to the problem of determining the natural forms and vibration frequencies of shells of finite length. The results of this work on one-dimensional cylindrical waves in elastic and viscoelastic media and rods allow us to study the influence of the characteristics of the material of the media on the wave fields in the material. The problems of the theory of viscoelasticity have recently attracted the special attention of many researchers and engineers in connection with the use of polymer materials in various industries.
Key words: deformable bodies, shear wave, vibrations, cylindrical shell, rod, viscoelastic medium.

FORMULATION OF THE PROBLEM

Let a shear cylindrical wave propagate in an elastic inhomogeneous transversally isotropic cylindrical layer. At the moment t = 0, the tangential stress pulseσ_{zr}or the displacementu_z, but changing in coordinate θ.

We solve the problem in dimensionless variables

$$\tau = \frac{bt}{r_0}; \;\; r = \frac{R}{r_0}; \;\;\; u = \frac{u_z}{r_0} \tag{1}$$

where r_0 - is the inner radius of the layer; b - is the shear wave velocity.

Hooke's law in an elastic inhomogeneous medium has the form

$$\sigma_{zr} = \mu_1(r)\frac{\partial u}{\partial r};$$

$$\sigma_{z\theta} = \mu_2(r)\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}; \tag{2}$$

The equation of motion reduces to the following

$$\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r}\sigma_{zr} = \rho(r)b^2\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} \tag{3}$$

Substituting (2) into equation (3) we obtain the basic equation, which has the form

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\left[\frac{1}{r}+\frac{\mu_1'(r)}{\mu_1(r)}\right]\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\mu_2(r)\partial^2 u}{\mu_1(r)\partial\theta^2}=\frac{b^2\rho(r)}{\mu_1(r)}\frac{\partial^2 u}{\partial\tau^2} \quad (4)$$

Let the boundary conditions for this problem have the form

$$\sigma_{zr}=f_m(\tau)\cos(m\theta)\text{for} r=1 \quad (5)$$

$$\sigma_{zr}=0\text{for} r=r_1 \qquad (\text{and} r_1>1) \quad (6)$$

In addition to the boundary conditions, it is necessary to specify initial conditions that are zero in our problem, i.e.

$$\left.\frac{\partial r}{\partial\tau}\right|_{\tau=0}=0 \qquad u|_{\tau=0}=0 \quad (7)$$

Since a linear problem is considered, it is advisable to use the one-sided Laplace transform over dimensionless time to solve it.

We apply the Laplace transform with respect to τ to equation (4) and obtain

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial r^2}+\left[\frac{1}{r}+\frac{\mu_1'(r)}{\mu_1(r)}\right]\frac{\partial u_0}{\partial r}+\frac{\mu_2(r)\partial^2 u_0}{r^2\mu_1(r)\partial\theta^2}=\frac{\rho(r)b^2}{\mu_1(r)}p^2u_0 \quad (8)$$

The solution to equation (8) is sought in the form

$$u_0=T(r)\cos(m\theta) \quad (9)$$

Flat

$$u_0=\int_0^\infty u(r,\theta,t)\,e^{-p\tau}d\tau \quad (10)$$

Then equation (8) takes the form

$$\frac{\partial^2 T(r)}{\partial r^2}+\left[\frac{1}{r}+\frac{\mu_1'(r)}{\mu_1(r)}\right]\frac{\partial T(r)}{\partial r}-\left[\frac{m^2\mu_2(r)}{r^2\mu_1(r)}+\frac{\rho(r)b^2}{\mu_1(r)}p^2\right]T(r)=0 \quad (11)$$

In the future, we will assume that the in homogeneity of the medium has the form

$$\mu_1(r)=\mu_{10}r^\alpha;\quad \mu_2(r)=\mu_{10}r^\beta;\quad \rho(r)=\rho_0r^\gamma \quad (12)$$

Moreover, $b^2=\frac{\mu_{10}}{\rho_1}$; $\alpha,\beta,\gamma-$ constants.

Then equation (11) takes the form

$$r^2T''(r)+r(1+\alpha)T'(\alpha)-\left(m^2r^{\beta-\alpha}\gamma_1^2+p^2r^{\gamma-\alpha+2}\right)T(r)=0 \quad (13)$$

Here $\gamma_1^2=\frac{\mu_{20}}{\mu_{10}}$

Suppose that $\gamma-\alpha+2=0$and$\alpha=\beta$.

Then equation (13) takes the form

$$r^2T''(r)+r(1+\alpha)T'(r)-[\gamma_1^2m^2+m^2]T(r)=0 \quad (14)$$

The general solution of equation (14) is equal to

$$T=C_1r^{-(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}+C_2r^{-(\frac{\alpha}{2}-\sqrt{p^2+\gamma_1^2m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}} \quad (15)$$

The boundary conditions of the problem in the images takes the form

$$\frac{dT}{dr}=-\frac{f_{m0}(P)}{\rho_0b^2} \quad \text{при} \quad r=1 \quad (16)$$

$$\frac{dT}{dr}=0\text{при} r=r_1 \quad (17)$$

The constants C_1 and C_2 are determined from the boundary conditions (16) - (17) and have the form

$$C_1 = \frac{f_{m0}(p)}{\rho_0 b^2(\frac{\alpha}{2} + \sqrt{p^2 + \gamma_1^2 m^2 + \left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}[1 - r_1^{-2\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}]}$$

$$C_2 = -\frac{f_{m0}(p) r_1^{-2\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}}{\rho_0 b^2(\frac{\alpha}{2} - \sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}[1 - r_1^{-2\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}]} \tag{18}$$

Substituting (18) into (15), we obtain

$$T = \frac{f_{m0}(p)}{\rho_0 b^2}\left\{\frac{r^{-(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}}{(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}[1-r_1^{-2\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}]} - \frac{r^{-(\frac{\alpha}{2}-\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}} r_1^{-2\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}}{(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}[1-r_1^{-2\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}]}\right\} \tag{19}$$

or

$$T = \frac{f_{m0}(p)}{\rho_0 b^2}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\frac{r^{-(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}}{(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}} r_1^{-2\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}} - \frac{r^{-(\frac{\alpha}{2}-\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}}{\left(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}\right)} r_1^{-2(n-1)\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}\right\}$$

$$= \frac{f_{m0}(p)}{\rho_0 b^2} r^{-\frac{\alpha}{2}}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\frac{e^{-[lnr+2nlnr_1]\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\frac{\alpha^2}{4}}}}{(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}} - \frac{e^{-[lnr+2(n+1)lnr_1]\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\frac{\alpha^2}{4}}}}{(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}\right\} \tag{20}$$

We introduce the notation

$$\varphi_1 = lnr + 2nlnr_1 ;$$
$$\varphi_1 = -lnr + 2(n+1)lnr_1 \tag{21}$$

Then (20) takes the form

$$T = \frac{f_{m0}(p)}{\rho_0 b^2} r^{-\frac{\alpha}{2}}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\frac{e^{-\varphi_1(r)\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\frac{\alpha^2}{4}}}}{(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+(\frac{\alpha^2}{4})}} - \frac{e^{-\varphi_2(r)\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\frac{\alpha^2}{4}}}}{(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+(\frac{\alpha^2}{4})}}\right\}$$

Considertheexpression

$$T_1(r) = \frac{e^{\left[-\varphi_1(r)\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\frac{\alpha^2}{4}}\right]}}{\left(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}\right)} =$$

$$= \frac{e^{[-\varphi_1(r)\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\frac{\alpha^2}{4}}]}}{\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}} \sum_{k=0}^{\infty} (-\frac{\alpha}{2})^k \frac{1}{(\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)})^k} \tag{22}$$

Wedenote

$$F_{10} = \frac{e^{[-\varphi_1(r)\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\frac{\alpha^2}{4}}]}}{\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+(\frac{\alpha^2}{4})}}; \ldots$$

$$F_{1k} = \frac{e^{[-\varphi_1(r)\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\frac{\alpha^2}{4}}]}}{(\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)})^{k+1}} \tag{23}$$

There is a relation

$$F_{12} = \int_{\varphi_1(r)}^{\infty} \frac{[\xi-\varphi_1(r)]}{1!} F_{10} d\xi; F_{11} = \int_{\varphi_1(r)}^{\infty} F_{10} d\xi$$

$$F_{13} = \int_{\varphi_1(r)}^{\infty} \frac{[\xi-\varphi_1(r)]^2}{2!} F_{10} d\xi; \ldots F_{1k} = \int_{\varphi_1(r)}^{\infty} \frac{[\xi-\varphi_1(r)]^{k-1}}{(k-1)!} F_{10} d\xi \tag{24}$$

Then expression (22) takes the form

$$\begin{aligned} T_1(r) = F_{10} - \frac{\alpha}{2} \int_{\varphi_1(r)}^{\infty} F_{10} d\xi + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \int_{\varphi_1(r)}^{\infty} \frac{[\xi-\varphi_1(r)]}{1!} F_{10} d\xi \\ - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 \int_{\varphi_1(r)}^{\infty} \frac{[\xi-\varphi_1(r)]^2}{2!} F_{10} d\xi + \cdots + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^k \int_{\varphi_1(r)}^{\infty} \frac{[\xi-\varphi_1(r)]^{k-1}}{(k-1)!} F_{10} d\xi + \cdots \\ = F_{10} - \frac{\alpha}{2} \int_{\varphi_1(r)}^{\infty} \Big\{ \{1 - \frac{\alpha}{2} \frac{[\xi-\varphi_1(r)]}{1!} + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \frac{[\xi-\varphi_1(r)]^2}{2!} - \cdots \\ + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^{k-1} \frac{[\xi-\varphi_1(r)]^{k-1}}{(k-1)!} + \cdots \} F_{10} d\xi \end{aligned} \tag{23}$$

or

$$\mathrm{T}_1 = F_{10} - \frac{\alpha}{2} \int_{\varphi_{1(r)}}^{\infty} e^{-\left(\frac{\alpha}{2}\right)(\xi-\varphi(r))} F_{10} d\xi \tag{24}$$

Let

$$T_2 = \frac{e^{\left[\varphi_2(r)\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}\right]}}{\left(\frac{\alpha}{2}+\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}\right)} =$$

$$= -\frac{e^{[-\varphi_2(r)\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}]}}{\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (\frac{\alpha}{2})^k \frac{1}{(\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)})^k} \tag{25}$$

We denote

$$F_{20} = \frac{e^{[-\varphi_2(r)\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\frac{\alpha^2}{4}}]}}{\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)}}; \ldots \tag{26}$$

$$F_{2k} = \frac{e^{[-\varphi_2(r)\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\frac{\alpha^2}{4}}]}}{(\sqrt{p^2+\gamma_1^2 m^2+\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)})^{k+1}}$$

As previously put

$$F_{22} = \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \frac{[\xi-\varphi_2(r)]}{1!} F_{20} d\xi; F_{21} = \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} F_{20} d\xi$$

$$F_{23} = \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \frac{[\xi-\varphi_2(r)]^2}{2!} F_{20} d\xi; \ldots F_{2k} = \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \frac{[\xi-\varphi_2(r)]^{k-1}}{(k-1)!} F_{20} d\xi \tag{27}$$

Consequently:

$$\begin{aligned} -T_2(r) = F_{20} - \frac{\alpha}{2} \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} F_{20} d\xi + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \frac{[\xi-\varphi_1(r)]}{1!} F_{20} d\xi \\ + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \frac{[\xi-\varphi_2(r)]^2}{2!} F_{20} d\xi + \cdots + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^k \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \frac{[\xi-\varphi_2(r)]^{k-1}}{(k-1)!} F_{20} d\xi + \cdots F_{20} \\ - \frac{\alpha}{2} \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \Big\{ \{1 + \frac{\alpha}{2} \frac{[\xi-\varphi_2(r)]}{1!} + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \frac{[\xi-\varphi_2(r)]^2}{2!} - \cdots \\ + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^{k-1} \frac{[\xi-\varphi_2(r)]^{k-1}}{(k-1)!} + \cdots \} F_{20} d\xi = F_{20} + F_{20} + \frac{\alpha}{2} \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} e^{-\left(\frac{\alpha}{2}\right)(\xi-\varphi_2(r))} F_{20} d\xi \end{aligned} \tag{28}$$

Thus, the expression for T takes the form

$$\begin{aligned} -T = \frac{f_{m0}(p)}{\rho_0 b^2} r^{-\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \sum_{n=0}^{\infty} \Big\{ F_{10} - \frac{\alpha}{2} \int_{\varphi_1(r)}^{\infty} e^{-\left(\frac{\alpha}{2}\right)(\xi-\varphi_2(r))} F_{10} d\xi + F_{20} + \\ + \frac{\alpha}{2} \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} e^{-\left(\frac{\alpha}{2}\right)(\xi-\varphi_2(r))} F_{20} d\xi \Big\} \end{aligned} \tag{29}$$

Inverting the expression in p, for the displacement u (r, θ, τ) we obtain

$$\begin{aligned} u(r,\theta,\tau) = \frac{\cos(m\theta)}{\rho_0 b^2} r^{-\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \Big\{ \sum_{n=0}^{\infty} \int_{\varphi_1(r)}^{\tau} [\hat{F}_{10} - \frac{\alpha}{2} \int_{\varphi_1(r)}^{\xi} e^{-\left(\frac{\alpha}{2}\right)(\xi-\varphi_1(r)} \hat{F}_{10} d\xi] f_m(\tau-\xi) d\xi \\ + \sum_{n=0}^{n_2} \int_{\varphi_2(r)}^{\tau} [\hat{F}_{20} + \frac{\alpha}{2} \int_{\varphi_2(r)}^{\xi} e^{\frac{\alpha}{2}[\xi-\varphi_2(r)]} \hat{F}_{20} d\xi] f_m(\tau-\xi) d\xi \Big\} \end{aligned} \tag{30}$$

Where

$$\hat{F}_{10} = J_0 \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + m^2\gamma_1^2} \cdot \sqrt{\tau^2 - \varphi_1^2(r)} H(\tau - \varphi_1(r))$$

$$\hat{F}_{20} = J_0\sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + m^2\gamma_1^2} \cdot \sqrt{\tau^2 - \varphi_2^2(r)}H(\tau - \varphi_1(r))$$

$$n_1 = \left[\frac{\tau - lnr}{2lnr_1}\right]; n_2 = \left[\frac{\tau + lnr}{2lnr_1}\right] - 1 \qquad (31)$$

Thenumbers$n_1$and$n_2$show the number of cylindrical waves diverging and descending, or incident and reflecting from the boundary $r_1 = r$affecting the point r in the perturbed region, depending on the dimensionless time τ.

Similarly, we can obtain expressions for the stresses $\sigma_{zr}$and $\sigma_{z\theta}$.

$$\sigma_{zr} = r^{\frac{\alpha}{2}}\left\{\sum_{n=0}^{n_1}[\int_{\varphi_1(r)}^{\tau} f(\tau - \xi)\frac{d\hat{F}_{10}}{dr}d\xi - \frac{1}{r}f[\tau - \varphi_1(r)] - \sum_{n=0}^{n_1}[\int_{\varphi_1(r)}^{\tau} f(\tau - \xi)\frac{d\hat{F}_{10}}{dr}d\xi - \frac{1}{r}f[\tau - \varphi_1(r)]\cos(m\theta)\right\} \qquad (32)$$

$$\sigma_{z\theta} = m\mu_{20}r^{-\frac{\alpha+r}{2}}\frac{1}{\rho_0 b^2}r^{-\frac{\alpha}{2}}\left\{\sum_{n=0}^{n_1}\left[\hat{F}_{10} - \frac{\alpha}{2}e^{-\frac{\alpha}{2}[\xi-\varphi_1(r)]}\hat{F}_{10}d\xi\right]f_m(\tau - \xi)d\xi + + \sum_{n=0}^{n_1}\int_{\varphi_2(r)}^{\tau}[\hat{F}_{20} + \frac{\alpha}{2}\int_{\varphi_2(r)}^{\infty} e^{-\frac{\alpha}{2}[\xi-\varphi_2(r)]}\hat{F}_{20}d\xi]f_m(\tau - \xi)d\xi\right\}\cos(m\theta)\sin(m\theta) \qquad (33)$$

Consideraparticularcase.

For$\gamma_1 = 1$theshearmodulusis$\mu_{10} = \mu_{20}$;hence the solution for an isotropic medium, i.e. the propagation of shear cylindrical waves occurs in an isotropic medium and forF_{10}, F_{20}we get:

$$\hat{F}_{10} = J_0\sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + m^2} \cdot \sqrt{\tau^2 - \varphi_1^2(r)}H(\tau - \varphi_1(r))$$

$$\hat{F}_{20} = J_0\sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + m^2} \cdot \sqrt{\tau^2 - \varphi_2^2(r)}H(\tau - \varphi_1(r)) \qquad (34)$$

For$\alpha = 0$and$f(\tau, \theta) = \frac{2}{\pi}\sigma_0 S(\theta)H(\xi)$, expressions (31)

Take the form

$$\hat{F}_{10} = J_0(m\gamma_1\sqrt{r^2 - \varphi_1^2(r)}H(\tau - \varphi_1(r))$$

$$\hat{F}_{20} = J_0(m\gamma_1\sqrt{r^2 - \varphi_2^2(r)}H(\tau - \varphi_2(r)) \qquad (35)$$

Formulas (30), (31) and (32) give an exact solution to the problem, taking into account the entire complex wave picture.

Л.С. Қаинбаева[1], А.К. Смаханова[1], Қ. Канибайкызы[1],
М.М. Ділмаханова[1], Л.У. Таймуратова[2], А. Ж. Сейтмұратов[1]

[1]Қорқыт Ата атындағы Қызылорда мемлекеттік университеті, Қызылорда, Қазақстан;
[2]Ш. Есенов атындағы Каспий мемлекеттік технология және инжиниринг университеті, Ақтау, Қазақстан

ЦИЛИНДРЛІК ҚАБЫҚШАДАҒЫ ЫҒЫСУ ТОЛҚЫНДАРЫНЫҢ ДЕРБЕС ЕСЕБІНІҢ АНАЛИТИКАЛЫҚ ШЕШІМІ
(тұрақты мәні $\gamma - \alpha + 2 = 0$ және $\alpha = \beta$ шамасы жағдайында)

Аннотация. Деформацияланатын денелердегі дөңгелек элементтердің ығысу толқыны процестерін зерттеуде, фазалық жылдамдық ұғымы фазалық ортаның өзгеру жылдамдығы ретінде енгізіледі. Цилиндрлік қабықтың гармоникалық тербелісі жағдайында, фазалық жылдамдық қабықтың шеттерінде еркін тірелген тербеліс жиілімен сипатталады, сондықтан цилиндрлік қабаттағы толқындарды зерттеу арқылы ұзындықтағы қабықтардың табиғи формалары мен тербеліс жиілігіне тікелей байланысты. Жүргізілген жұмыстың нәтижесі бір өлшемді цилиндрлік толқындардың серпімді және жабысқақ ортадағы, шыбықтағы, материалдағы толқын өрісінің характеристикасын зерттеуге мүмкіндік береді.

Көптеген зерттеулерде толқындардың сипаттамаларын анықтау үшін әдетте екі әдіс қолданылады:

1) ортаның белгілі бір уақыт моментіне сәйкес келетін лездік күйі зерттеледі.

2) қарастырылып отырған нүктеде дененің күйі уақытының өзгеруін зерттеу.

Қарастырылып отырған зерттеулер жүйе материалының реологиялық қасиеттерін ескере отырып жүргізілсе немесе қоршаған ортаның айналасында болса, онда бұл реологиялық қасиеттерді көрсетеді, бұл әдістерді қолдану айтарлықтай қиынға соғады. Мұндай жағдайларда, комплексті фазалық жылдамдықтың реологиялық параметрлері, тербеліс жиілігінің нақты мәндері есептеледі. Бұл жұмыс жазықтық пен дөңгелек элементтердің толқындық процестерінің тұрақтылығының динамикасын зерттеуге арналған, сонымен қатар қабатты, серпімді жазықтық бетіне қозғалатын жүктемелердің әсері туралы жазықтық есептері, сызықты емес деформациялардан болатын кернеулердің заңы қарастырылған. Бұл есептің қолданбалылығы сол динамикалық есептерді шешудің әртүрлі сандық алгоритмдерін жасау үшін қолданылады.

Деформацияланатын ортадағы әртүрлі периодты және периодты емес қозғалысының басты мәні қарапайым гармоникалық типтегі жазықтық толқындары, олардың әсері осы бетке жақын орналасқан. Сондықтан Реле таралу толқынының есебін қарастыра аламыз. Жартылай жазықтықтағы материалдың қозғалыс теңдеуі потенциалда φ,ψ толқын теңдеулерімен сипатталады. Құрылымдарды немесе құрылымдарды жобалау кезінде маңызды шарттардың бірі – құрылымдардың тұрақтылық жағдайы мен элементтері ескеріледі.

Егер ұзындықтың дөңгелек серпімді өзегін қарастыратын болсақ, белгілі бір уақытта штамның ұштарына интенсивтіліктің осьтік сығылатын $P(t)$ күші қолданылады деп болжаймыз. Дөңгелек шыбықтың тұрақтылықты жоғалтуы математикалық теория негізінде және дөңгелек өзектің көлденең тербелісі негізінде зерттеледі [3]. Осы мәселелерге сүйене отырып, оған қалыпты немесе айналмалы ығысу кернеуі қолданылған кезде, қатаң немесе деформацияланатын шекаралармен шектелген серпімді қабаттың тербелісінің кейбір аксиметриялық мәселелерін қарастырамыз. Қарастырылып отырған мәселелердің шешімдері интегралдық түрлендірулердің көмегімен координата және уақыт бойынша алынған.

Түйін сөздер: деформацияланатын дене, ығысу толқыны, тербеліс, цилиндрлік тербеліс, сырық.

Л.С. Каинбаева[1], А.К. Смаханова[1], К. Канибайкызы[1], М.М. Дильмаханова[1], Л.У. Таймуратова[2], А. Ж. Сейтмуратов[1]

[1]Кызылординский государственный университет им. КоркытАта, Кызылорда;
[2]Каспийский государственный университет технологий и инжиниринга им. Ш. Есенова, Актау, Казахстан

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЧАСТНЫХ ЗАДАЧ СДВИГОВЫХ ВОЛН В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ
(при раскладе постоянных величин $\boldsymbol{\gamma-\alpha+2=0}$ и $\boldsymbol{\alpha=\beta}$)

Аннотация. При исследованиях сдвиговых волновых процессов круговых элементов в деформируемых телах вводится понятие фазовой скорости как скорости изменения фазовой среды. В случае гармонических колебаний цилиндрической оболочки фазовая скорость выражается через частоту собственных колебаний, свободно опертой по краям оболочки, и поэтому исследование волн в цилиндрическом слое имеет самое прямое отношение к проблеме определения собственных форм и частот колебаний оболочек конечной длины. Проводимые в данной работе результаты по одномерным цилиндрическим волнам в упругих и вязкоупругих средах и стержнях позволяют исследовать влияние характеристик материала сред на волновое поле в материале.

Во многих исследованиях для определения характеристик волн обычно поступают двумя методами.

1.Исследуется мгновенное состояние среды, соответствующее некоторому фиксированному моменту времени.

2.Исследуется изменение во времени состояние рассматриваемого тела в некоторой фиксированной точке.

Если исследования проводятся с учетом реологических свойств материала рассматриваемой системы или имеется окружающая систему среда, также в общем случае проявляющая реологические свойства, использование этих способов значительно затруднено. В таких случаях изучается влияние реологических параметров на составляющие комплексной фазовой скорости при определенных значениях частот колебаний. Поэтому работа посвящена изучению динамики устойчивости волновых процессов плоских и круговых элементов, а также рассматривается класс плоских задач о воздействии подвижных нагрузок на поверхность слоистой упругой полуплоскости при нелинейном законе зависимости напряжений от деформаций. Задачи данного класса представляют большой прикладной интерес и, кроме того, могут служить эталоном для разработки тех или иных численных алгоритмов для решения динамических задач.

Среди различных периодических и непериодических движений деформируемых сред важное значение имеют плоские волны простого гармонического типа, распространяющиеся по поверхности тела или полуплоскости, влияние которых ограничивается окрестностью этой поверхности. Поэтому можно рассмотреть задачу о распространении волны Релея.

Если рассмотреть круглый упругий стержень длины, то можем предполагать, что к торцам стержня в какой-либо момент времени прикладывается осевая сжимающая сила интенсивности $P(t)$.Потеря устойчивости круглого стержня будет исследоваться на основе математической теории и поперечного колебания круглого стержня, изложенной в работе [3]. На основе этих задач можно рассмотреть некоторые осесимметричные задачи колебания упругого слоя, ограниченные жесткими или деформируемыми границами при воздействии на него нормального или вращательного касательного напряжения. Решения рассматриваемых задач получены с использованием интегральных преобразований по координате или по времени.

Ключевые слова: деформируемое тело, сдвиговая волна, колебания, цилиндрическая оболочка, стержень, вязкоупругая среда.

Information about authors:

Larissa Kainbaeva – Candidate of Pedagogical Sciences, Senior Lecturer, TheKorkyt Ata Kyzylorda State University. Kyzylorda. Kazakhstan. larissa_kain@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-2927-6575

Kanibaikyzy Kundyzay – Master degree of pedagogical sciences, The Korkyt Ata Kyzylorda State University, Kyzylorda. Kazakhstan.VIP kundyz@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-3713-1608

SmakhanovaAizhanKorganbekovna - Master degree of mathematical sciences, The Korkyt Ata Kyzylorda State University, Kyzylorda. Kazakhstan.Smakanova84@mail.ru. https://orcid.org/0000-0002-1025-8086

DilmakhanovaMentayMirzabekovna - senior lecturer of the Department «Mathematics and Applied Mechanics». Master of pedagogical Sciences, The Korkyt Ata Kyzylorda State University, Kyzylorda. Kazakhstan.dm-mentai@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-4969-9794

Taimuratova Lidiya Ungarbaevna - Candidate of physical and mathematical sciences. Associate Professor Of «Natural Sciences» Caspian state University of technology and engineering named after Sh. Esenov.The Republic of Kazakstan 130200, mikr-n 32, Mangistau region, Aktau. taimuratova@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-1692-4350

SeitmuratovAngisin – Doktor of Physical and Matematical Sciences, Professoz, TheKorkyt Ata Kyzylorda State University. Kyzylorda. Kazakhstan. angisin_@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-9622-9584

REFERENCES

[1] Filippov I.G., Filippov S.I. 1995. Dynamic stability theory of rods.Proceedings of the Russian-Polish seminar.Theoretical Foundations of construction.Warsaw, pp.63 -69.

[2] Filippov I.G., 1979. An approximate method for solving dynamic viscoelastic media. PMM, 43(1): 133 -137.

[3] Filippov I.G., S.I Filippov, Kostin V.I. 1995. Dynamics of two-dimensional composites. Proceedings of the International Conference on Mechanics and Materials, USA, Los Angeles, pp.75 -79.

[4] Seitmuratov A., Zhussipbek B., Sydykova G., SeithanovaA.,Aitimova U. Dynamic stability of wave processesof a round rod // News of NAS RK. Series of physico-mathematical.2019**2(324):** 90 – 98 (in Eng). ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print). https://doi.org/10.32014/2019.2518-1726.16

[6] Almagambetova A., Tileubay S., Taimuratova L., Seitmuratov A., Kanibaikyzy K. Problem on the distribution of the harmonic type Relay wave// News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Series of Geology and Technical Sciences.2019. 1(433): 242 – 247 (in Eng.). ISSN 2518-170X (Online), ISSN 2224-5278 (Print). https://doi.org/10.32014/2019.2518-170X.29

[7] Seitmuratov A., Tileubay S., Toxanova S., Ibragimova N., Doszhanov B., AitimovM.Zh. The problem of the oscillation of the elastic layer bounded by rigid bouhdaries // News of NAS RK. Series of physico-mathematical.2018 5(321): 42 –48(in Eng). ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print). https://doi.org/10.32014/2018.2518-1726.6

[8] Seitmuratov A., ZharmenovaB., DauitbayevaA., Bekmuratova A. K., TulegenovaE., Ussenova G. Numerical analysis of the solution of some oscillation problems by the decomposition method // News of NAS RK. Series of physico-mathematical.2019 1(323): 28–37. ISSN2518-1726 (Online), ISSN1991-346X (Print) https://doi.org/10.32014/2019.2518-1726.4

[9] SeytmuratovA.Zh., Umbetov U. Modeling and forecasting of dynamics of multicomponent deformable environment: Monograph. Taraz, 2014, 171-176

[10] A.Zh. SeytmuratovMetod of decomposition in the theory of fluctuation of two-layer plate in building constructions. PGS. 2006. №3. M. P.31-32.

[11] SeytmuratovA.Zh. Determination of frequency of own fluctuations of plate Messenger of KazNU, mathematics, mechanics, computer science series. 2010. № 4 (67).

[12] Seitmuratov,A.Z., Nurlanova,BM., Medeubaev N.(2017) Equetions of vibration of a two-dimensionally layered plate strictly based on the decision of various boundaty-value problems. Bulletin of the Karaganda university-mathematics.3(87): 109-116 (inEng).

Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see **http://www.elsevier.com/publishingethics** and **http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics**.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see **http://www.elsevier.com/postingpolicy**), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (**http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf**). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service **http://www.elsevier.com/editors/plagdetect**.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

(Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

www:nauka-nanrk.kz

http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы: *М. С. Ахметова, Г. Б. Халидуллаева, Д. С. Аленов*
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 04.02.2020.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
4,6 п.л. Тираж 300. Заказ 1.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19