

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫ

әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
Қазақстан Республикасының Ғылым Академиясы
Қазақ ұлттық университетінің
әл-Фараби атындағы

NEWS

OF THE ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
al-Farabi Kazakh National University

SERIES
PHYSICO-MATHEMATICAL

4 (338)

JULY – AUGUST 2021

PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

ALMATY, NAS RK

NAS RK is pleased to announce that News of NAS RK. Series physico-mathematical journal has been accepted for indexing in the Emerging Sources Citation Index, a new edition of Web of Science. Content in this index is under consideration by Clarivate Analytics to be accepted in the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index, and the Arts & Humanities Citation Index. The quality and depth of content Web of Science offers to researchers, authors, publishers, and institutions sets it apart from other research databases. The inclusion of News of NAS RK. Series of chemistry and technologies in the Emerging Sources Citation Index demonstrates our dedication to providing the most relevant and influential content of chemical sciences to our community.

Қазақстан Республикасы Ұлттық ғылым академиясы «ҚР ҰҒА Хабарлары. Физикалық-математикалық сериясы» ғылыми журналының Web of Science-тің жаңаланған нұсқасы Emerging Sources Citation Index-те индекстелуге қабылданғанын хабарлайды. Бұл индекстелу барысында Clarivate Analytics компаниясы журналды одан әрі the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index және the Arts & Humanities Citation Index-ке қабылдау мәселесін қарастыруда. Web of Science зерттеушілер, авторлар, баспашылар мен мекемелерге контент тереңдігі мен сапасын ұсынады. ҚР ҰҒА Хабарлары. Химия және технология сериясы Emerging Sources Citation Index-ке енуі біздің қоғамдастық үшін ең өзекті және беделді химиялық ғылымдар бойынша контентке адалдығымызды білдіреді.

НАН РК сообщает, что научный журнал «Известия НАН РК. Серия физико-математическая» был принят для индексирования в Emerging Sources Citation Index, обновленной версии Web of Science. Содержание в этом индексировании находится в стадии рассмотрения компанией Clarivate Analytics для дальнейшего принятия журнала в the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index и the Arts & Humanities Citation Index. Web of Science предлагает качество и глубину контента для исследователей, авторов, издателей и учреждений. Включение Известия НАН РК в Emerging Sources Citation Index демонстрирует нашу приверженность к наиболее актуальному и влиятельному контенту по химическим наукам для нашего сообщества.

Бас редактор:

МҰТАНОВ Ғалымқайыр Мұтанұлы, техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР БҒМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» бас директорының м.а. (Алматы, Қазақстан) Н=5

Редакция алқасы:

ҚАЛИМОЛДАЕВ Мақсат Нұрәділұлы (бас редактордың орынбасары), физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР БҒМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» бас директорының кеңесшісі, зертхана меңгерушісі (Алматы, Қазақстан) Н=7

БАЙГУНЧЕКОВ Жұмаділ Жанабайұлы (бас редактордың орынбасары), техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Кибернетика және ақпараттық технологиялар институты, Сағпаев университетінің Қолданбалы механика және инженерлік графика кафедрасы, (Алматы, Қазақстан) Н=3

ВОЙЧИК Вальдемар, техника ғылымдарының докторы (физика), Люблин технологиялық университетінің профессоры (Люблин, Польша) Н=23

БОШКАЕВ Қуантай Авғазыұлы, Ph.D. Теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н-10

QUEVEDO Hemando, профессор, Ядролық ғылымдар институты (Мехико, Мексика) Н=28

ЖҮСПОВ Марат Абжанұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, теориялық және ядролық физика кафедрасының профессоры, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=7

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, Украина ҰҒА академигі, Қолданбалы математика және механика институты (Донецк, Украина) Н=5

МИХАЛЕВИЧ Александр Александрович, техника ғылымдарының докторы, профессор, Беларусь ҰҒА академигі (Минск, Беларусь) Н=2

РАМАЗАНОВ Тілекқабыл Сәбитұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің ғылыми-инновациялық қызмет жөніндегі проректоры, (Алматы, Қазақстан) Н=26

ТАКИБАЕВ Нұрғали Жабағаұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=5

ТИГИНЯНУ Ион Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, академик, Молдова ғылым Академиясының президенті, Молдова техникалық университеті (Кишинев, Молдова) Н=42

ХАРИН Станислав Николаевич, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Қазақстан-Британ техникалық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=10

ДАВЛЕТОВ Асқар Ербуланович, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=12

КАЛАНДРА Пьетро, Ph.D (физика), Наноқұрылымды материалдарды зерттеу институтының профессоры (Рим, Италия) Н=26

«ҚР ҰҒА Хабарлары.

Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктеуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.). Қазақстан Республикасының Ақпарат және қоғамдық даму министрлігінің Ақпарат комитетінде 14.02.2018 ж. берілген **№ 16906-Ж** мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік.

Тақырыптық бағыты: *математика, информатика, механика, физика, ғарыштық зерттеулер, астрономия, ионосфера.*

Мерзімділігі: жылына 6 рет.

Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекен-жайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., тел.: 272-13-19

<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2021

Типографияның мекен-жайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Мұратбаев көш., 75.

Главный редактор:

МУТАНОВ Галимкаир Мутанович, доктор технических наук, профессор, академик НАН РК, и.о. генерального директора «Института информационных и вычислительных технологий» КН МОН РК (Алматы, Казахстан) Н=5

Редакционная коллегия:

КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович, (заместитель главного редактора), доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, советник генерального директора «Института информационных и вычислительных технологий» КН МОН РК, заведующий лабораторией (Алматы, Казахстан) Н=7

БАЙГУНЧЕКОВ Жумадил Жанабаевич, (заместитель главного редактора), доктор технических наук, профессор, академик НАН РК, Институт кибернетики и информационных технологий, кафедра прикладной механики и инженерной графики, университет Сатпаева (Алматы, Казахстан) Н=3

ВОЙЧИК Вальдемар, доктор технических наук (физ.-мат.), профессор Люблинского технологического университета (Люблин, Польша) Н=23

БОШКАЕВ Куантай Авгазыевич, доктор Ph.D, преподаватель, доцент кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=10

QUEVEDO Hemando, профессор, Национальный автономный университет Мексики (UNAM), Институт ядерных наук (Мехико, Мексика) Н=28

ЖУСУПОВ Марат Абжанович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=7

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, доктор физико-математических наук, академик НАН Украины, Институт прикладной математики и механики (Донецк, Украина) Н=5

МИХАЛЕВИЧ Александр Александрович, доктор технических наук, профессор, академик НАН Беларуси (Минск, Беларусь) Н=2

РАМАЗАНОВ Тлеккабул Сабитович, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, проректор по научно-инновационной деятельности, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=26

ТАКИБАЕВ Нургали Жабагаевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=5

ТИГИНЯНУ Ион Михайлович, доктор физико-математических наук, академик, президент Академии наук Молдовы, Технический университет Молдовы (Кишинев, Молдова) Н=42

ХАРИН Станислав Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахстанско-Британский технический университет (Алматы, Казахстан) Н=10

ДАВЛЕТОВ Аскар Ербуланович, доктор физико-математических наук, профессор, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=12

КАЛАНДРА Пьетро, доктор философии (Ph.D, физика), профессор Института по изучению наноструктурированных материалов (Рим, Италия) Н=26

«Известия НАН РК.

Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: Республиканское общественное объединение «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы).

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации Министерства информации и общественного развития Республики Казахстан № 16906-Ж выданное 14.02.2018 г.

Тематическая направленность: *математика, информатика, механика, физика, космические исследования, астрономия, ионосфера.*

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, оф. 219, тел.: 272-13-19

<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2021

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief:

MUTANOV Galimkair Mutanovich, doctor of technical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, acting director of the Institute of Information and Computing Technologies of SC MES RK (Almaty, Kazakhstan) H=5

Editorial board:

KALIMOLDAYEV Maksat Nuradilovich (Deputy Editor-in-Chief), doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Advisor to the General Director of the Institute of Information and Computing Technologies of SC MES RK, Head of the Laboratory (Almaty, Kazakhstan) H=7

BAYGUNCHEKOV Zhumadil Zhanabayevich, (Deputy Editor-in-Chief), doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Institute of Cybernetics and Information Technologies, Department of Applied Mechanics and Engineering Graphics, Satbayev University (Almaty, Kazakhstan) H=3

WOICIK Waldemar, Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, Lublin University of Technology (Lublin, Poland) H=23

BOSHKAYEV Kuantai Avgazievich, PhD, Lecturer, Associate Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=10

QUEVEDO Hemando, Professor, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Institute of Nuclear Sciences (Mexico City, Mexico) H=28

ZHUSSUPOV Marat Abzhanovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=7

KOVALEV Alexander Mikhailovich, Doctor in Physics and Mathematics, Academician of NAS of Ukraine, Director of the State Institution «Institute of Applied Mathematics and Mechanics» DPR (Donetsk, Ukraine) H=5

MIKHALEVICH Alexander Alexandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of NAS of Belarus (Minsk, Belarus) H=2

RAMAZANOV Tlekkabul Sabitovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Vice-Rector for Scientific and Innovative Activity, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=26

TAKIBAYEV Nurgali Zhabagaevich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=5

TIGHINEANU Ion Mikhailovich, Doctor in Physics and Mathematics, Academician, Full Member of the Academy of Sciences of Moldova, President of the AS of Moldova, Technical University of Moldova (Chisinau, Moldova) H=42

KHARIN Stanislav Nikolayevich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Kazakh-British Technical University (Almaty, Kazakhstan) H=10

DAVLETOV Askar Erbulanovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=12

CALANDRA Pietro, PhD in Physics, Professor at the Institute of Nanostructured Materials (Monterotondo Station Rome, Italy) H=26

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA «National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan» (Almaty). The certificate of registration of a periodical printed publication in the Committee of information of the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan No. 16906-Ж, issued 14.02.2018

Thematic scope: *mathematics, computer science, mechanics, physics, space research, astronomy, ionosphere.*

Periodicity: 6 times a year.

Circulation: 300 copies.

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, Almaty, 050010, tel. 272-13-19

<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

Омарова Г.Т.*, Омарова Ж.Т.

Астрофизический институт имени В.Г. Фесенкова, Алматы, Казахстан.

E-mail: gulnara.omarova@gmail.com

К ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ

Аннотация: данная работа посвящена обратной задаче небесной механики, исследование которой приобрело актуальность в связи с интенсивным освоением космического пространства и изучением гравитационных и других силовых полей планет Солнечной системы, других небесных тел и гравитирующих систем. Обратная задача небесной механики – это задача об определении потенциала, порождающего заданный набор, или семейство орбит.

Широкую известность получило уравнение Себехея – линейное уравнение в частных производных первого порядка для потенциала автономной консервативной системы с двумя степенями свободы, порождающего заданное одно параметрическое семейство плоских орбит. Это уравнение дало импульс целой серии исследований в области небесной механики.

Существует целая серия работ, посвященных обобщению уравнения Себехея и его различным аналогам. В ряде исследований были представлены свойства и интерпретации уравнения Себехея с точки зрения аналитической механики, некоторые из которых обобщены в данной статье.

Расширенный обзор проделан с целью подчеркнуть важность проведения дальнейших исследований обратной задачи небесной механики и ее применения для изучения актуальных проблем динамики различных гравитирующих систем.

Ключевые слова: Небесная механика – Обратная задача – уравнение Себехея.

Введение. В небесной механике существует целая серия работ [2-7, 9-12, 15-18, 22-27], посвященных развитию обратной задачи небесной механики, сформулированной В. Себехеем [27], в ряде которых исследованы ее некоторые важные свойства и интерпретации [10, 12, 17, 22,23,25], описанные кратко в [21], основные из них представлены здесь и дополнены кратким обзором новейших исследований.

Материалы и методы.

Рассмотрим консервативную динамическую систему, описываемую в системе координат Oxy уравнениями

$$\ddot{x} = U_x, \quad \ddot{y} = U_y, \quad (1)$$

где $U = U(x, y)$ – искомый потенциал, точка обозначает дифференцирование по времени, а нижние индексы в правых частях уравнения – дифференцирование частным образом по x и y соответственно.

В качестве базового возьмем линейное уравнение в частных производных первого порядка для искомого потенциала $U = U(x, y)$ (уравнение Себехея) вида

$$f_x U_x + f_y U_y + 2(U + h) \frac{f_{xx} f_y^2 - 2f_{xy} f_x f_y + f_{yy} f_x^2}{f_x^2 + f_y^2} = 0, \quad (2)$$

где h – постоянная энергия, а однопараметрическое семейство плоских орбит задано уравнением

$$f(x, y) = u \quad (3)$$

Решение уравнения (2) эквивалентно решению системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{f_x} = \frac{dy}{f_y} = -\frac{dU}{2\Psi(U+h)}, \quad (4)$$

где

$$\Psi = \frac{f_{xx}f_y^2 - 2f_{xy}f_xf_y + f_{yy}f_x^2}{f_x^2 + f_y^2}.$$

Интеграл энергии имеет вид

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = 2(U+h). \quad (5)$$

Методы анализа уравнения Себехея. С точки зрения векторного и тензорного анализа, уравнение (2) отражает простое свойство движения материальной точки, а именно: отсутствие составляющей реакции связи по нормали к траектории движения [22]. Иначе говоря, если на кривую (3) смотреть как на рельс, по которому должна двигаться частица, то уравнение (2) выражает собой нулевое давление на него из-за уравнивания гравитационных и центробежных сил. Это свойство можно записать при помощи векторного уравнения

$$\varepsilon \frac{v^2}{\rho} + \vec{N}\vec{F} = 0, \quad (6)$$

где v – скорость точки, ρ – радиус кривизны траектории, \vec{F} – вектор действующей на точку силы, а \vec{N} – единичный вектор нормали к траектории, направление которого определяет знак параметра ε : если он направлен к центру кривизны, то $\varepsilon = 1$, а если от него, то $\varepsilon = -1$.

В итоге, уравнение (6) записано в виде

$$2(U+h) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|} \right) + \nabla U \frac{\nabla f}{\|\nabla f\|} = 0, \quad (7)$$

а в случае прямоугольных координат x, y уравнение (7) имеет вид уравнения (2).

Результаты. В работе [23] показано, что уравнение Себехея эквивалентно уравнению Эйлера для вариационного принципа Мопертюи. Действительно, в задаче о движении частицы в пространстве под действием консервативных сил с потенциалом U имеет просто вариационное уравнение

$$\delta S = 0, \quad (8)$$

где

$$S = \int \sqrt{2(U+h)} dl, \quad (9)$$

l – длина дуги. Интегрирование (9) по всей области изменения постоянной энергии h на плоскости дает

$$\Pi = \iint \sqrt{2(U+h)} dl dh. \quad (10)$$

Когда

$$dldh = \|\nabla h\|d\sigma, \quad (11)$$

то,

$$\Pi = \iint \sqrt{2(U+h)}\|\nabla h\|d\sigma, \quad (12)$$

где $d\sigma$ –элемент площади плоскости.

Таким образом, принцип Мопертюи сведен к уравнению

$$d\Pi = 0. \quad (13)$$

Для вариации функции $\Phi(x, y, h, h_x, h_y)$

$$\delta \iint \Phi(x, y, h, h_x, h_y) dx dy = \iint \delta h \left[\frac{\partial \Phi}{\partial h} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial h_x} \right) - \frac{d}{dy} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial h_y} \right) \right] dx dy, \quad (14)$$

где

$$\Phi = \|\nabla h\| \sqrt{U+h}. \quad (15)$$

Уравнение Эйлера (14) для функционала (12) имеет вид

$$\nabla U \frac{\nabla h}{\|\nabla h\|} + 2(U+h) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla h}{\|\nabla h\|} \right) = 0. \quad (16)$$

Это уравнение выражает собой необходимое и достаточное условие движения частицы по некоторой плоскости траектории $f(\mu)$ с энергией $h(\mu)$ под действием консервативных сил с потенциалом $U(\mu)$.

Для семейства траекторий

$$f(\mu) = u, \quad (17)$$

где u – параметр, в случае

$$f(\mu) = g(h(\mu)) \quad (18)$$

уравнение (16) приводится к виду [15]

$$\nabla U \nabla f + 2(U+h) \|\nabla f\| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|} \right) = 0, \quad (19)$$

где $\|\nabla f\| = \sqrt{(\nabla f)^2}$, а знак ∇ означает градиент по координатам.

Уравнение (19) в координатах x, y имеет вид уравнения (2). В этой связи уравнение Себехея выражает собой необходимое и достаточное условие, которому должен удовлетворять искомый потенциал $U = U(x, y)$.

Исследована эквивалентность уравнения (2) формулам Дайнелли-Уиттекера в случае консервативного поля [10, 12].

Если записать компоненты скорости как через ρ (радиус кривизны семейства орбит (3)),

$$\begin{aligned}\dot{x} &= +H(x, y)f_y \\ \dot{y} &= -H(x, y)f_x ,\end{aligned}\quad (20)$$

то формулы Дайнелли-Уиттекера принимают вид

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \frac{1}{2}(H^2 f_y^2)_x - \frac{1}{2} \frac{f_x}{f_y} (H^2 f_y^2)_y , \\ \ddot{y} &= \frac{1}{2}(H^2 f_x^2)_y - \frac{1}{2} \frac{f_y}{f_x} (H^2 f_x^2)_x .\end{aligned}\quad (21)$$

Интеграл энергии (3) запишется в виде

$$U(x, y) = \frac{1}{2} H^2 (f_x^2 + f_y^2) - h(u) , \quad (22)$$

а компоненты силового поля (21)

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= U_x - \frac{1}{2f_y} \left[f_x (H^2 f_y^2)_y + f_y (H^2 f_x^2)_x - 2h_u f_x f_y \right] \\ \ddot{y} &= U_y - \frac{1}{2f_x} \left[f_x (H^2 f_y^2)_y + f_y (H^2 f_x^2)_x - 2h_u f_x f_y \right]\end{aligned}\quad (23)$$

В уравнениях (23) величины U_x и U_y являются градиентом потенциала $U = U(x, y)$ в том случае, когда

$$f_x (H^2 f_y^2)_y + f_y (H^2 f_x^2)_x - 2h_u f_x f_y = 0 . \quad (24)$$

В работе [10], исключив в уравнении (24) величину H^2 при помощи интеграла энергии (22), получено уравнение (2).

В терминах векторного поля существует также нижеследующая интерпретация уравнения Себехея [23]. Если рассматриваемое изоэнергетическое семейство орбит (3) ортогонально к какой-либо поверхности, то уравнение (2) эквивалентно утверждению об отсутствии вихря поля скоростей, составляющему главный результат теоремы Якоби и определяемому уравнением

$$\text{rot } \vec{v} = 0 . \quad (25)$$

Этот результат получен посредством ввода ортогональных векторов $\vec{\tau}$ и $\vec{\beta}$, где $\vec{\tau}$ лежит в плоскости xy , а вектор $\vec{\beta}$ ортогонален к этой плоскости, а вектор скорости запишется в виде

$$\vec{v} = \sqrt{2(U+h)} \vec{\tau} , \quad (26)$$

тогда

$$\text{rot } \vec{v} = \sqrt{2(U+h)} \text{rot } \vec{\tau} + \frac{\text{grad } U \times \vec{\tau}}{\sqrt{2(U+h)}} , \quad (27)$$

где

$$\text{rot } \vec{\tau} = \frac{\vec{\beta}}{\rho} , \quad (28)$$

то уравнение (27) принимает вид

$$2(U+h)\frac{1}{\rho} + \frac{\text{grad}\bar{U} \cdot \text{grad}f}{\|\text{grad}f\|} = 0, \quad (29)$$

которое в координатах x, y эквивалентно уравнению (2).

Обсуждение. Альтернативные подходы к решению обратной задачи.

Для монопараметрического семейства орбит (3), порождаемых плоским потенциалом $U(x, y)$ введено понятие семейства граничных кривых (СГК)[7]. При этом все члены семейства орбит расположены в допустимой области плоскости x, y , определяемой соответствующим СГК с общей энергией $E = E(c)$, изменяющейся вдоль семейства. СГК также найдены для двухпараметрического семейства орбит. Этот подход расширен на неконсервативные автономные системы с двумя степенями свободы и получены формулы для компонент силового поля $X(x, y), Y(x, y)$, создающие заданное семейство (3), лежащих в заданной, открытой или закрытой области $B(x, y) \geq 0$ плоскости x, y [8].

Используя метод ортогональных координат Жуковского, исследовано определение потенциалов, имеющих два семейства ортогональных траекторий [26] и доказано в совместимых случаях существование и единственность решения с точностью до постоянного фактора и введено понятие «изотермического» набора кривых. В качестве примера рассмотрен набор геометрически подобных конических кривых и ортогональных траекторий.

Некоторые новые результаты в исследовании обратной задачи. Обратная задача динамики изучена для систем с нестационарным Лагранжианом [19]. Получено уравнение для нестационарного пространственно-симметричного потенциала, порождающего заданное семейство эволюционирующих во времени орбит. Изучена также задача восстановления нестационарного пространственно-симметричного регулярного потенциала гравитирующей системы по семейству эволюционирующих орбит, используемых в динамике стационарных звездных систем [20].

Исследована обратная задача небесной механики для прямолинейных орбит в Гамильтоновом силовом поле [1], а также рассмотрены однородные потенциалы их суперпозиции, включая потенциал Энона - Хэйлса, который имеет важное значение при изучении моделей движения звезд в цилиндрически симметричном автономном потенциальном поле, в частности, методом сечения Пуанкаре [14].

Потенциал Энона-Хэйлса имеет вид

$$U(x, y) = \frac{1}{2} \left(x^2 + y^2 + 2x^2 y - \frac{2}{3} y^3 \right), \quad (30)$$

для которого, используя численные методы, получены фазовые траектории [14]. В этой связи представляется перспективным исследовать систему Энона - Хэйлса в рамках обратной задачи в одной из следующих работ.

Заключение. Таким образом, в исследовании обратной задачи небесной механики отправной точкой стало уравнение Себехея (2), которое имеет ряд важных вышеприведенных свойств. При этом область применения обратной задачи небесной механики весьма разнообразна, в том числе при решении актуальных задач, связанных с необходимостью восстановления нестационарного потенциала по заданному семейству эволюционирующих во времени орбит в различных динамических системах.

Статья выполнена в рамках Проекта № AP09259383 «Эллиптические галактики: структура, динамика и источники гравитационных волн» Министерства образования и науки РК.

Омарова Г.Т.*, Омарова Ж.Т.

В.Г. Фесенков атындағы Астрофизика институты, Алматы, Қазақстан.

E-mail: gulnara.omarova@gmail.com

АСПАН МЕХАНИКАСЫНЫҢ КЕРІ ЕСЕБІ

Аннотация: бұл жұмыс аспан механикасының кері мәселесіне арналған, оны зерттеу ғылым кеңістігін қарқынды дамытуға және Күн жүйесінің планеталарының, басқа аспан денелерінің және гравитациялық жүйелердің гравитациялық және басқа да күш өрістерін зерттеуге байланысты өзекті

болды. Аспан механикасының кері есебі – бұл берілген жиынтықты немесе орбиталар тобын құратын потенциалды анықтау міндеті.

Себехели теңдеуі – екі дәрежелі еркіндік дәрежесі бар автономды консервативті жүйенің потенциалы үшін бірінші ретті жартылай туындылардағы сызықтық теңдеу, ол жазық орбиталардың берілген бір параметрлі отбасын тудырады. Бұл теңдеу аспан механикасы саласындағы бірқатар зерттеулердің тууына себеп болды.

Себехели теңдеуін және оның әртүрлі аналогтарын жалпылауға арналған бірқатар жұмыстар бар. Көптеген зерттеулерде Аналитикалық механика тұрғысынан Себехели теңдеуінің қасиеттері мен түсіндірмелері ұсынылды, олардың кейбірі осы мақалада келтірілген.

Аспан механикасының кері мәселесін әрі қарай зерттеудің және оны әртүрлі гравитациялық жүйелер динамикасының өзекті мәселелерін анықтауға қолданудың маңыздылығын атап өту үшін кеңейтілген шолу жасалды.

Түйін сөздер: Аспан механикасы – Кері есеп – Себехей теңдеуі.

Omarova G.T. *, Omarova Zh.T.

Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: gulnara.omarova@gmail.com

TO THE INVERSE PROBLEM OF CELESTIAL MECHANICS

Abstract: this work is devoted to the inverse problem of celestial mechanics, the study of which has become relevant in connection with the intensive exploration of outer space and the study of the gravitational and other force fields of the planets of the Solar system, other celestial bodies and gravitational systems. The inverse problem of celestial mechanics is the problem of determining the potential that generates a given set, or family of orbits.

Szebehely equation is a first - order linear partial differential equation for the potential of an autonomous conservative system with two degrees of freedom that generates a given one-parameter family of plane orbits, is widely known. This equation gave rise to a whole series of studies in the field of celestial mechanics.

There is a number of papers devoted to the generalization of the Szebehely equation and its various analogues. A number of studies have presented properties and interpretations of the Szebehely equation from the point of view of analytical mechanics, some of which are summarized in this article.

The extended review is made in order to emphasize the importance of further research of the inverse problem of celestial mechanics and its application to the study of actual problems of the dynamics of various gravitational systems.

Key words: Celestial Mechanics - Inverse problem - Szebehely's equation.

Information about authors:

Omarova G.T. – PhD in Physics and Mathematics, Senior Scientific Researcher, Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan, <http://orcid.org/0000-0003-4782-8545>, Gulnara.omarova@gmail.com;

Omarova Zh.T. – Engineer, DAAD Fellowship in Max Plank Institute (Heidelberg, 2005), Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan, <https://orcid.org/0000-0002-4825-0178>, juldisomarova@gmail.com.

REFERENCES:

[1] Anisiu M.C., Blaga C & Bozis G. Special families of orbits in the Direct Problem of Dynamics//Celest. Mech.2004, Vol.88, P. 245-257.

[2] Borgero F., Melis A. On Szebehely's problem for holonomic systems involving generalized potential functions//Celest. Mech. 1990 Vol.49.N.3. P. 273.

[3] Bozis G. Generalization of Szebehely's equation//Celest.Mech. 1983.Vol.29.N.4. P.329-334.

[4] Bozis G. Determination of autonomous three dimensional force field from a two-parameter family of orbits//Celest.Mech.1983.Vol.31.N.1.P.43-51.

[5] Bozis G. Inverse problem with two - parametric families of planar orbits//Celest. Mech. 1983. Vol.31.N.2.P.129-142.

[6] Bozis G. Szebehely's inverse problem for finite symmetrical material concentrations //Astron and Astrophys. 1984. Vol.134. N. 2. P. 360-364.

- [7] Bozis G., Ichiarogou S. Boundary curves for families of planar orbits// *Celest. Mech.* 1994. Vol.57. N.4. P. 371-385.
- [8] Bozis G. Family boundary curves for autonomous dynamical system//*Celest.Mech.* 1994. Vol.60. P.161-172.
- [9] Brouke R. On the construction of a Dynamical system from a preassigned family of solutions // *Int.J.Engin.Sci.*1979.Vol.17.N.11.P.1151-1162.
- [10] Brouke R., Lass H. On Szebehely/z equation for the Potential of a prescribed family of orbits//*Celest.Mech.* 1977 Vol.16, N.2, P. 215-225.
- [11] Erdi B.A generalization of Szebehely's equation for three dimensions//*Celest.Mech.* 1982. Vol.28. N.1-2. P.209-218.
- [12] Gonzales-Gascon F., Gonzales-Lopez A., Pascal-Broncano P. On Szebehely's equation and its connection with Dainelly's –Whittaker's equations//*Celest.Mech.* 1984, Vol.33, N 1, P.85-97.
- [13] Howard J.E., Meiss J.D. Straight line orbits in Hamiltonian flows // *Celest.Mech.* 2009. Vol.105.
- [14] Malkov E.A., Momynov S.B. Phase Portraits of the Henon-Heiles Potential// *News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.* 2018, Vol.5, N.321. P.5-9.
- [15] Melis A., Piras B. An extension of Szebehely's problem to holonomic systems //*Celest.Mech.* 1984. Vol.32. N.1 P.87-92.
- [16] Melis A., Piras B. On generalization of Szebehely's problem//*Facolta di scienzedell' Universita di Cagliari.* 1982. Vol. LII. Fasc.1.
- [17] Molnar S. Application of Szebehely's equation //*Celest. Mech.* 1981.Vol.29, N.1. P.81-88.
- [18] Morrison F. Modification of an equation of Szebehely // *Celest Mech.* 1977. Vol.16 N.2.P.227-228.
- [19] Omarov T.B., Omarova G.T. The inverse problem of dynamics for systems with non-stationary Lagrangian // *Celest. Mech.* 1998. Vol.69. N.4. P.347-355.
- [20] Omarova G.T., Omarov T.B. Reconstruction of A Non-Stationary Potential of Gravitating System on Given Evolving Orbits // *Celest.Mech.* 2003. Vol.85. P.25-35.
- [21] Omarov Ch.T., Omarova G.T. Non-linear dynamical models of celestial mechanical and stellar systems// LAP Lambert Academic Publishing, 2012.
- [22] Puel F.R. Intrinsic Formulation of Szebehely's equation//*Celest. Mech.* 1984. Vol. 32. N.3.P. 209-216.
- [23] Puel F.R. Equation de Szebehely et principes variationnes//*Celest.Mech.* 1984. 32 N.4. P. 349-353.
- [24] Puel F.R. Explicit solutions of the three-dimensional inverse problem of dynamics, using the Frenet reference frame // *Celest. Mech.* 1988. Vol. 53(3). P. 207–218.
- [25] Puel F.R. Relation entre l'equation de Szebehely du problem inverse de la meccanique et la theorie de Hamilton-Jakobi//*Celest.Mech.* 1989. Vol.46.N.1.P.31-34.
- [26] Puel F.R Potentials having two orthogonal families of curves as trajectories// *Celest.Mech.* 1999. Vol.74. P.199-210.
- [27] Szebehely V. On the determination of the potential by satellite observations // *Rend.Fac.Sci. Univ.Cagliari.* 1974.Vol.44. Suppl.31.
- [28] Treschev D.B. Gamiltonova Mechanica // 2006.Moscow. Steklov Mathematic Institute of RAS. P.24.

МАЗМҰНЫ

ФИЗИКА

Бастыкова Н.Х., Коданова С.К. ТЕРМОЯДРОЛЫҚ ҚАБЫРҒАЛЫҚ ПЛАЗМАДА ТОЗАҢДЫ БӨЛШЕКТЕРДІҢ ДИНАМИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫН КОМПЬЮТЕРЛІК МОДЕЛЬДЕУ.....	6
Байсеитов Қ.М. КВАРК – ГЛЮОНДЫ ПЛАЗМАНЫҢ ДИЭЛЕКТРЛІК ФУНКЦИЯСЫ.....	15
Досымбетова Г.Б., Сванбаев Е.А., Жуман Г.Б., Нұрғалиев М.К., Саймбетов А.К. КОНЦЕНТРАЦИЯЛАУШЫ КРЕМНИЙЛІ КҮН БАТАРЕЯСЫН ЖАСАУ.....	25
Джазаиров-Кахраманов А.В., Имамбеков О., Карипбаева Л.Т., Стеблякова А.А. ${}^8\text{Li}(p,\gamma){}^9\text{Be}$ ҚАРМАУЫ КЕЗІНДЕ СӘЙКЕС ${}^9\text{Be}$ АСТРОФИЗИКАЛЫҚ СИНТЕЗІ ҮШІН РЕАКЦИЯ ЖЫЛДАМДЫҒЫНА РЕЗОНАНСТАРЫНЫҢ МӘНІ.....	31
Исмагамбетова Т.Н., Габдуллин М.Т., Ramazanov T.S. ЖАРТЫЛАЙ АЗҒЫНДАЛҒАН КВАЗИКЛАССИКАЛЫҚ ИОНДАРЫ БАР ТЫҒЫЗ СУТЕГІ ПЛАЗМАСЫНЫҢ ТЕРМОДИНАМИКАЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ.....	41
Ибраев А.Т. ЗАРЯДТАЛҒАН БӨЛШЕКТЕР КӨЗДЕРІНІҢ ҚАСИЕТТЕРІН ЗЕРТТЕУ ТЕОРИЯСЫН ЖЕТІЛДІРУ.....	47
Минасянц Г.С., Минасянц Т.М., В.М. Томозов ЖАРҚ ЕТУІ САЛДАРЫНАН ДАМЫҒАН ҰЗАҚ ГАММА – СӨУЛЕЛЕРІНІҢ ҮДЕМЕЛІ ПРОТОНДАР АҒЫНЫНЫҢ СИПАТТАМАСЫ.....	55
Садыков Т.Х., Аргынова А.Х., Жуков В.В., Новолодская О.А., Пискаль В.В. «АДРОН-55» ТЯНЬ-ШАНЬ ИОНДАУШЫ - НЕЙТРОНДЫ КАЛОРИМЕТРІНІҢ ПЕРИФЕРИЯЛЫҚ ДЕТЕКТОРЛАРЫН ЖАҢҒЫРТУ».....	65
Саяков О., Жао Я., Машекова А. 3D СҮЙЫҚТЫҚ ПЕН ҚҰРЫЛЫМНЫҢ ЕКІ ЖАҚТЫ ӨЗАРА ӘРЕКЕТТЕСУІМЕН ҚАНАТТЫ АЭРОДИНАМИКАЛЫҚ ТАЛДАУ.....	75
Терещенко В.М. СПЕКТРОФОТОМЕТРЛІК СТАНДАРТТАРДЫҢ ЖИНАҚТАЛҒАН КАТАЛОГЫН ҚҰРУДЫҢ ПАЙДАСЫ ТУРАЛЫ.....	82
ИНФОРМАТИКА	
Дайырбаева Э.Н., Ерімбетова А.С., Тойгожинова А.Ж. ӘР ТҮРЛІ МАТРИЦАЛАРДЫ ҚОЛДАНА ОТЫРЫП, СТРИП ӘДІСІНЕ НЕГІЗДЕЛГЕН КЕСКІНДІ ҚАЛПЫНА КЕЛТІРУ НӘТИЖЕЛЕРІН САЛЫСТЫРМАЛЫ ТАЛДАУ.....	89
Калижанова А., Вуйчик В., Кунельбаев М., Козбакова А., Амиргалиева Ж. МАТЛАВ ОРТАСЫНДА КӨЛБЕУ БРЭГГ ТОРЫ БАР ТАЛШЫҚТЫ -ОПТИКАЛЫҚ СЕНСОРДЫҢ СПЕКТРЛІК СИПАТТАМАЛАРЫН МОДЕЛЬДЕУ.....	96
Жантаев Ж.Ш., Қайранбаева А.Б., Қиялбаева А.К., Нұрпейсова Г.Б., Панюкова Д.В. ЗИЯТКЕРЛІК БОЛЖАУҒА АРНАЛҒАН МАҒЛҰМАТ ЖИНАУ: ӘДІСТЕР МЕН НӘТИЖЕЛЕР.....	108

МАТЕМАТИКА

Айсағалиев С.А., Севрюгин И.В., Исаева З.Б., Игликова М.Н. ШЕКТЕУЛЕР МЕН СЫЗЫҚТЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІ ТИІМДІ БАСҚАРУ.....	118
Дауылбаев М.Қ., Атахан Н., Асет Н. СИНГУЛЯРЛЫ АУЫТҚЫҒАН ИНТЕГРАЛДЫ-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУ ҮШІН БАСТАПҚЫ СЕКІРІСТІ ШЕТТІК ЕСЕБІ ШЕШІМІНІҢ АСИМПТОТИКАЛЫҚ ЖІКТЕЛУІ.....	126
Есмағамбетов Б.С., Апсеметов А.Т., Балабекова М.О., Каюмов К.Г., Джакибаев А.Ш. КЕЗДЕЙСОҚ ПРОЦЕСТЕРДІҢ ҰҚТИМАЛДЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫН ПАРАМЕТРЛІК ЕМЕС БАҒАЛАУ.....	136
Иманбаев Н.С. КВАЗИСИНГУЛЯРЛЫ ИНТЕГРАЛДЫҚ ТЕНДЕУДІҢ ИНДЕКСІН ЕСЕПТЕУДІҢ ТОПОЛОГИЯЛЫҚ БІР ӘДІСІ ЖАЙЛЫ.....	143
Мырканова А.М., Аканова К.М., Ластовецкий А.Л. ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНЫҢ ЭКОНОМИКАЛЫҚ КЕҢІСТІГІНІҢ АНИЗОТРОПИЯСЫ.....	151
Омарова Г.Т., Омарова Ж.Т. К ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ.....	165

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

Бастыкова Н.Х., Коданова С.К. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В ПРИСТЕНОЧНОЙ ТЕРМОЯДЕРНОЙ ПЛАЗМЕ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ.....	6
Байсеитов К.М. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЫ.....	15
Досымбетова Г.Б., Сванбаев Е.А., Жуман Г.Б., Нұрғалиев М.К., Саймбетов А.К. РАЗРАБОТКА КОНЦЕНТРИРУЮЩИХ КРЕМНИЕВЫХ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ.....	25
Джазаиров-Кахраманов А.В., Имамбеков О., Карипбаева Л.Т., Стеблякова А.А. ЗНАЧЕНИЕ РЕЗОНАНСОВ НА СКОРОСТЬ РЕАКЦИИ ПРИ ${}^8\text{Li}(p,\gamma){}^9\text{Be}$ ЗАХВАТЕ ДЛЯ СООТВЕТСТВУЮЩЕГО АСТРОФИЗИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ${}^9\text{Be}$	31
Исмагамбетова Т.Н., Габдуллин М.Т., Ramazanov T.S. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЛОТНОЙ ВОДОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ С ЧАСТИЧНО ВЫРОЖДЕННЫМИ КВАЗИКЛАССИЧЕСКИМИ ИОНАМИ.....	41
Ибраев А.Т. КОРРЕКТИРОВКА ТЕОРИИ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ИСТОЧНИКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ.....	47
Минасянц Г.С., Минасянц Т.М., Томозов В.М. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКОВ УСКОРЕННЫХ ПРОТОНОВ ПРИ РАЗВИТИИ ВСПЫШЕК С ПРОДОЛЖИТЕЛЬНЫМ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЕМ.....	55
Садыков Т.Х., Аргынова А.Х., Жуков В.В., Новолодская О.А., Пискаль В.В. МОДЕРНИЗАЦИЯ ПЕРИФЕРИЙНЫХ ДЕТЕКТОРОВ ТЯНЬ-ШАНСКОГО ИОНИЗАЦИОННО-НЕЙТРОННОГО КАЛОРИМЕТРА «АДРОН-55».....	65
Саяков О., Жао Я., Машекова А. 3D АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КРЫЛА С ДВУСТОРОННИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ЖИДКОСТИ И КОНСТРУКЦИИ.....	75
Терещенко В.М. О ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ СОЗДАНИЯ СВОДНОГО КАТАЛОГА СПЕКТРОФОТОМЕТРИЧЕСКИХ СТАНДАРТОВ.....	82

ИНФОРМАТИКА

Дайырбаева Э.Н., Еримбетова А.С., Тойгожинова А.Ж. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ СТРИП-МЕТОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ МАТРИЦ.....	89
Калижанова А., Вуйчик В., Кунельбаев М., Козбакова А., Амиргалиева Ж. МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОГО ДАТЧИКА С НАКЛОННОЙ РЕШЕТКОЙ БРЭГГА В СРЕДЕ MATLAB.....	96
Жантаев Ж.Ш., Кайранбаева А.Б., Киялбаев А.К., Нурпеисова Г.Б., Панюкова Д.В. СБОР ДАННЫХ ДЛЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ: МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ.....	108

МАТЕМАТИКА

Айсагалиев С.А., Севрюгин И.В., Исаева З.Б., Игликова М.Н. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ.....	118
Дауылбаев М.Қ., Атахан Н., Асет Н. АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С НАЧАЛЬНЫМИ СКАЧКАМИ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ.....	126
Есмагамбетов Б.С., Апсеметов А.Т., Балабекова М.О., Каюмов К.Г., Джакибаев А.Ш. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ.....	136
Иманбаев Н.С. ОБ ОДНОМ ТОПОЛОГИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ К ВЫЧИСЛЕНИЮ ИНДЕКСА КВАЗИСИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ.....	143
Мырканова А.М., Аканова К.М., Ластовецкий А.Л. АНИЗОТРОПИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН....	151
Омарова Г.Т., Омарова Ж.Т. К ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ.....	159

CONTENTS

PHYSICS

Bastykova N.Kh., Kodanova S.K. COMPUTER SIMULATION OF THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF DUST PARTICLES IN THE EDGE FUSION PLASMA.....	6
Baiseitov K.M. DIELECTRIC FUNCTION OF QUARK-GLUON PLASMA.....	15
Dosymbetova G.B., Svanbayev Ye.A., Zhuman G.B., Nurgaliyev M.K., Saymbetov A.K. DEVELOPMENT OF CONCENTRATING SILICON SOLAR CELLS.....	25
Dzhazairov-Kakhramanov A.V., Imambekov O., Karipbayeva L.T., Steblyakova A.A. THE ROLE OF RESONANCES IN THE CAPTURE OF ${}^8\text{Li}(p,\gamma){}^9\text{Be}$ ON THE REACTION RATE OF THE RELEVANT ASTROPHYSICAL SYNTHESIS OF ${}^9\text{Be}$	31
Ismagambetova T.N., Gabdullin M.T., Ramazanov T.S. THERMODYNAMIC PROPERTIES OF DENSE HYDROGEN PLASMAS WITH PARTIALLY DEGENERATE SEMICLASSICAL IONS.....	41
Ibrayev A.T. CORRECTION OF THE THEORY OF RESEARCHING THE PROPERTIES OF CHARGED PARTICLES SOURCES.....	47
Minasyants G.S., Minasyants T.M., Tomozov V.M. CHARACTERISTICS OF ACCELERATED PROTONS FLUXES DURING THE DEVELOPMENT OF FLARES WITH PROLONGED GAMMA RADIATION.....	55
Sadykov T.Kh., Argynova A.Kh., Jukov V.V., Novolodskaya O.A., Piskal' V.V. MODERNIZATION OF THE PERIPHERAL DETECTORS OF TIEN-SHAN IONIZATION- NEUTRON CALORIMETER DETECTORS "HADRON-55".....	65
Sayakov O., Zhao Y., Mashekova A. 3D AERODYNAMIC ANALYSIS OF AWING WITH 2-WAY FLUID-STRUCTURE INTERACTION.....	75
Tereshchenko V.M. ABOUT EXPEDIENCY OF CREATION COMPILE CATALOGUE OF SPECTROPHOTOMETRIC STANDARDS.....	82

COMPUTER SCIENCE

Daiyrbayeva E., Yerimbetova A., Toigozhinova A. COMPARATIVE ANALYSIS OF THE RESULTS OF IMAGE RECOVERY BASED ON THE STRIP METHOD USING VARIOUS MATRICES.....	89
Kalizhanova A., Wojcik W., Kunelbayev M., Kozbakova A., Amirgaliyeva Zh. MODELING SPECTRAL CHARACTERISTICS OF FIBER-OPTIC SENSOR WITH TILTED BRAGG GRATING IN MATLAB MEDIUM.....	96
Zhantayev Zh., Kairanbayeva A., Kiyalbayev A., Nurpeissova G., Panyukova D. DATA COLLECTION FOR INTELLECTUAL FORECASTING: METHODS AND RESULTS.....	108

MATHEMATICS

Aisagaliev S.A., Sevryugin I.V., Issyaeva Z.B., Iglukova M.N. OPTIMAL CONTROL OF LINEAR SYSTEMS WITH CONDITIONS.....	118
Dauylbayev M.K., Atakhan N., Asset N. ASYMPTOTIC EXPANSION OF SOLUTION OF BVP WITH INITIAL JUMPS FOR SINGULARLY PERTURBED INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION.....	126
Yesmagambetov B.B., Apsemetov A., Balabekova M.O., Kayumov K.G., Jakibayev A. NON-PARAMETRIC ESTIMATION OF PROBABILISTIC CHARACTERISTICS OF RANDOM PROCESSES.....	136
Imanbaev N.S. ON A TOPOLOGICAL METHOD FOR CALCULATING THE INDEX OF QUASI-SINGULAR INTEGRAL EQUATION.....	143
Myrkanova A.M., Akanova K.M., Lastovetsky A.L. ANISOTROPY OF ECONOMIC SPACE OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN.....	151
Omarova G.T., Omarova Zh.T. TO THE INVERSE PROBLEM OF CELESTIAL MECHANICS.....	159

**Publication Ethics and Publication Malpractice in
the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

www.nauka-nanrk.kz

<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы: *М.С. Ахметова, А. Ботанқызы, Д.С. Аленов, Р.Ж. Мрзабаева*
Верстка на компьютере *Г.Д. Жадыранова*

Подписано в печать 15.08.2021.

Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.

4,6 п.л. Тираж 300. Заказ 4.